

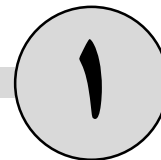
## فهرست مطالب

فصل اول : تبدیل لاپلاس و تبدیل معکوس آن .....	۱۱
۱ - ۱ - تبدیل لاپلاس .....	۱۱
۱ - ۱ - ۱ - تابع پله‌ای واحد (Unit Step or Heaviside's Function) .....	۱۲
۱ - ۱ - ۲ - خواص تبدیل لاپلاس .....	۱۵
۱ - ۱ - ۳ - تابع ضربان واحد یا دلتای دیراک (Unit Impulse or Dirac Delta Function) .....	۱۹
۱ - ۱ - ۴ - حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از تبدیل لاپلاس .....	۲۰
۱ - ۱ - ۵ - بررسی کیفی تابع $f(t)$ .....	۲۳
تست‌های فصل اول .....	۲۵
پاسخ تست‌های فصل اول .....	۳۰
فصل دوم : تحلیل و مدل‌سازی فرآیندهای خطی .....	۳۵
۱ - ۲ - تابع انتقال یک فرآیند یا سیستم (Transfer Function) .....	۳۵
۲ - ۲ - سیستم‌های درجه اول و تابع انتقال آن .....	۳۶
۲ - ۲ - ۱ - نمونه‌های فیزیکی برای سیستم درجه اول .....	۳۶
۲ - ۲ - ۲ - پاسخ سیستم‌های درجه اول به ازای ورودی‌های مختلف .....	۴۸
۳ - ۲ - سیستم‌های درجه دوم و تابع انتقال آن .....	۵۸
۳ - ۲ - ۱ - پاسخ سیستم‌های درجه دوم به ازای ورودی‌های مختلف .....	۵۹
۳ - ۲ - ۳ - ۱ - پاسخ سیستم درجه دوم به ازای ورودی ضربان ایده‌آل .....	۶۷
۳ - ۲ - ۳ - ۲ - پاسخ سیستم درجه دوم به ازای ورودی سینوسی .....	۶۸
۴ - ۲ - سیستم‌های درجه اول متوالی .....	۷۰
۵ - ۲ - تأخیر یا پسی انتقال در سیستم‌های کنترل .....	۷۸
۶ - ۲ - سیستم‌های درجه بالاتر .....	۸۱
تست‌های فصل دوم .....	۸۳
پاسخ تست‌های فصل دوم .....	۱۰۲
فصل سوم : سیستم‌های کنترلی و اجزاء آنها .....	۱۲۳
۱ - ۳ - سیستم‌های کنترل .....	۱۲۳
۱ - ۳ - ۱ - انواع سیستم‌های کنترلی .....	۱۲۳
۱ - ۳ - ۲ - نمودارهای جعبه‌ای سیستم کنترل پس‌خور و بررسی دقیق آنها .....	۱۲۵
۱ - ۳ - ۳ - بررسی کیفی هر یک از اجزاء یک سیستم کنترل مدار بسته .....	۱۲۶
۱ - ۳ - ۳ - ۱ - انواع کنترلر .....	۱۲۷
۱ - ۳ - ۴ - بدست آوردن تابع انتقال سیستم مدار بسته .....	۱۳۲
۱ - ۳ - ۴ - ۱ - بدست آوردن تابع انتقال برای سیستم‌های کنترل چند مداری و پیچیده .....	۱۴۰
۱ - ۳ - ۵ - آفت کنترل و افزودن کنترلرها به سیستم .....	۱۴۷

۱۴۸	۳-۱-۵-۱- اثر حضور کنترلرها
۱۵۵	۳-۱-۶- انتخاب کنترلر مناسب برای فرآیندهای مختلف
۱۵۷	تست‌های فصل سوم
۱۷۵	پاسخ تست‌های فصل سوم
۱۹۳	فصل چهارم: پایداری
۱۹۳	۴-۱- مفهوم پایداری
۱۹۴	۴-۲- معیار پایداری
۱۹۶	۴-۳- روش‌های تعیین پایداری
۱۹۶	۴-۳-۱- آزمون روت (Routh)
۱۹۷	۴-۳-۱-۱- تفسیر نتایج حاصل از جدول روت
۲۰۳	۴-۳-۱-۲- حالت‌های خاص در جدول روت
۲۰۷	۴-۳-۲- روش مکان هندسی ریشه‌ها
۲۰۷	۴-۳-۲-۱- معیار اندازه و معیار زاویه
۲۰۹	۴-۳-۲-۲- قواعد رسم نمودار مکان هندسی ریشه‌ها
۲۱۳	۴-۳-۲-۳- تحلیل مکان هندسی
۲۱۸	۴-۳-۲-۴- محل ریشه‌ها در سیستم‌های درجه دوم
۲۲۳	۴-۳-۲-۵- اثر کنترلرها بر مکان هندسی ریشه‌ها
۲۲۵	تست‌های فصل چهارم
۲۴۲	پاسخ تست‌های فصل چهارم
۲۶۷	فصل پنجم: تجزیه و تحلیل پاسخ فرکانسی سیستم‌ها
۲۶۷	۵-۱- بررسی پاسخ فرکانسی سیستم‌ها
۲۷۲	۵-۱-۲- نمودارهای بُد (Bode)
۲۷۳	۵-۱-۲-۱- رسم نمودارهای Bode برای سیستم‌های مختلف (درجه اول، درجه دوم، تأخیری و...)
۲۸۵	۵-۱-۲-۲- معیار پایداری Bode
۲۹۲	۵-۱-۳- انتخاب پارامترهای کنترلر براساس روش Ziegler - Nichols
۲۹۳	۵-۱-۴- منحنی نایکوئیست (قطبی) (Nyquist diagram)
۲۹۸	۵-۱-۴-۱- بررسی پایداری سیستم‌ها به کمک منحنی نایکوئیست
۳۰۲	۵-۱-۴-۲- حاشیه بهره و حاشیه فاز در منحنی نایکوئیست
۳۰۴	تست‌های فصل پنجم
۳۲۳	پاسخ تست‌های فصل پنجم
۳۴۱	جدول سهم سؤالات فصل‌ها در کنکور
۳۴۲	فهرست منابع و مأخذ

# تبدیل لاپلاس و تبدیل معکوس آن

## (Laplace Transform and Laplace Inverse)



### مقدمه

در علم کنترل رفتار سیستم را در شرایط ناپایا یا غیر یکنواخت بررسی می‌کنند ( $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$ ). یک سیستم کنترلی متشکل از اجزاء مختلفی است که هر کدام داستان خاص خود را دارد! این اجزاء شامل فرآیند مورد کنترل، کنترل کننده، اندازه گیر و... می‌باشد که تک تک این‌ها و مباحث مربوطه در فصول مختلف این کتاب بررسی می‌شوند. تبدیل لاپلاس اولین چیزی است که باید با آن آشنا شد. بنابراین پیش از پرداختن به سرفصل‌های اصلی کنترل فرآیندها، ضروری است این تبدیل، که از مهم‌ترین مباحث ریاضی است و در کنترل کلاسیک کاربرد اساسی دارد، مورد بحث قرار گیرد. این مبحث دارای گستردگی و پیچیدگی‌های زیادی می‌باشد. به همین دلیل در این فصل تنها به اصول و قضایای کاربردی آن در بحث کنترل اشاره می‌شود.<sup>(۱)</sup>

### ۱ - ۱ - تبدیل لاپلاس

تبدیل لاپلاس تابع  $f(t)$  را با  $f(s)$  نشان می‌دهیم که توسط رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$f(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (1 - 1)$$

۱- برای مطالعه بیشتر به کتاب‌های ریاضی مراجعه کنید.

## تحلیل و مدل سازی فرآیندهای خطی

### ۲

#### مقدمه

یک سیستم کنترلی که برای کنترل یک کمیت مورد نظر مورد استفاده قرار می‌گیرد از اجزاء مختلفی تشکیل شده است. یکی از مهم‌ترین این اجزاء فرآیندی است که عمل کنترل روی آن انجام می‌شود. این فرآیندها که در اصطلاح سیستم نیز نامیده می‌شوند براساس درجه آنها تقسیم‌بندی می‌شوند. مانند سیستم‌های درجه اول، درجه دوم و... هدف ما در این فصل بررسی این سیستم‌ها به طور ویژه است. درباره طرز کار دقیق یک سیستم کنترلی و همچنین سایر اجزاء آن مانند کنترلرها، اندازه‌گیرها و... در فصل بعدی به طور مفصل صحبت خواهیم کرد.

#### ۲-۱ - تابع انتقال یک فرآیند یا سیستم (Transfer Function)

تابع انتقال یک سیستم تابعی است که نحوه تغییرات خروجی یا پاسخ (*response or output*) سیستم را نسبت به تغییرات ورودی یا محرک آن (*input*) در حوزه لاپلاس نشان می‌دهد و با  $G(s)$  نمایش داده می‌شود. توجه به این نکته ضروری است که سیستم‌های مختلف با یکدیگر متفاوت بوده و رفتار آنها در مقابل یک تغییر در ورودی یکسان، لزوماً مشابه نیست.

👉 **نکته:** جنس تغییرات خروجی و ورودی لزوماً یکسان نیست.

برای بدست آوردن تابع انتقال هر سیستم ابتدا بایستی توسط روابط ریاضی و عموماً با نوشتن موازنه‌های جرم، انرژی و یا حتی نیرو، سیستم را مدل کنیم و بعد از لاپلاس‌گیری از معادلات بدست

## سیستم‌های کنترلی و اجزاء آنها

۳

### مقدمه

در فصل قبل به طور ویژه به بررسی سیستم‌های درجه اول، دوم و بالاتر پرداختیم و رفتار دینامیکی این سیستم‌های پایه را بررسی کردیم. با این پیش زمینه، در این فصل بحث را به یک سیستم کامل کنترل گسترش می‌دهیم و توجه خود را به سایر اجزاء آن معطوف می‌کنیم.

### ۳-۱- سیستم‌های کنترل

کنترل یک سیستم در مفهوم کلی بدان معنی است که یک کمیت مورد نظر در آن، در مقدار معینی تنظیم شود یا طبق یک روال مطلوب و دلخواه ما تغییر کند. سیستم‌های کنترلی را عموماً به صورت نمودارهای جعبه‌ای نمایش می‌دهند، که با متغیر ورودی شروع و به متغیر خروجی ختم می‌شوند. حد واسط بین متغیرهای ورودی و خروجی هم اجزاء سیستم کنترل می‌باشد که به طور مفصل در بخش‌های بعدی توضیح داده خواهد شد. (فاصبروا!)

### ۳-۱-۱- انواع سیستم‌های کنترلی

#### الف) سیستم‌های کنترل مدار باز (*open loop system*)

در این سیستم‌ها متغیر خروجی با تغییر متغیر ورودی تغییر می‌کند ولی امکان تنظیم متغیر خروجی بوسیله یک سیکل بسته و به طور خودکار عملی نیست. شمای کلی یا نمودار جعبه‌ای یک سیستم مدار باز به صورت زیر می‌باشد.

## مقدمه

مفهوم پایداری (*Stability*) مهم‌ترین مسئله در تحلیل و طراحی یک سیستم کنترل است. ما همیشه به دنبال یک کنترل خوب و مناسب یک فرآیند هستیم. یکی از معیارهای خوب بودن کنترل می‌تواند صفر بودن افت کنترل باشد. اما از یک دیدگاه دیگر، پایدار بودن آن نیز باید تحلیل شود. در این فصل این مسئله را بررسی خواهیم کرد و روش‌های تعیین پایداری یک سیستم کنترل معرفی خواهند شد. در پایان فصل هم اگر عمری باقی بود! درباره اثر کنترلرها روی پایداری سیستم صحبت خواهیم کرد.

## ۴ - ۱ - مفهوم پایداری

به طور کلی در سیستم‌های کنترل خطی سیستمی را پایدار می‌نامیم که: برای تمام ورودی‌های محدود در سیستم، پاسخ خروجی محدودی را در تمام زمان‌ها داشته باشیم. سیستمی را که ورودی محدود در آن ایجاد پاسخ نامحدود می‌کند ناپایدار (*Unstable*) می‌نامیم. در یک سیستم ناپایدار دامنه و مقدار متغیر تحت کنترل (پاسخ) به ازای یک ورودی محدود، با گذشت زمان زیاد و زیادتر شده به طوری که ممکن است آسیب جدی به دستگاه وارد کند.

📌 **نکته:** یک تابع ورودی محدود، تابعی است از زمان که در طول زمان همیشه بین حدود معینی قرار می‌گیرد. برای مثال تابع پله‌ای و تابع سینوسی از جمله ورودی‌های محدوداند. در صورتی که تابع خطی  $Y(t) = t$ ، جز ورودی‌های نامحدود است.

## تجزیه و تحلیل پاسخ فرکانسی سیستم‌ها



### مقدمه

در فصل دوم کتاب، به بررسی پاسخ سیستم‌های درجه اول، دوم و بالاتر به ازای ورودی سینوسی پرداختیم. روش کار هم محاسبه تبدیل معکوس لاپلاس جهت محاسبه پاسخ سیستم بود. در این فصل با یک روش جدید و سریع‌تری پاسخ سینوسی (فرکانسی) سیستم را محاسبه می‌کنیم. البته هدف ما تنها بدست آوردن پاسخ نیست، بلکه نشان خواهیم داد که پاسخ فرکانسی ابزاری با ارزش در تحلیل و بررسی ویژگی‌های مختلف سیستم از جمله پایداری آن خواهد بود.

### ۵-۱ - بررسی پاسخ فرکانسی سیستم‌ها

اگر یک موج سینوسی در ورودی یک سیستم خطی پایدار داشته باشیم، پاسخ حالت پایدار و ماندگار آن (پس از گذشت زمان کافی)، یک موج سینوسی با فرکانس برابر با موج ورودی و با دامنه و زاویه فاز متفاوت با آن خواهد بود. به بیان ریاضی، به ازای ورودی با فرم کلی<sup>(۱)</sup>  $X(t) = A \sin(\omega t + \theta)$  به تابع انتقال  $G(s)$ ، پاسخ گذرا و پایدار سیستم به شکل زیر خواهد بود:

$$Y(t) = B \sin(\omega t + \theta + \varphi)$$

که در آن  $B = AR \times A$  می‌باشد.

۱- معمولاً  $\theta = 0$  می‌باشد.